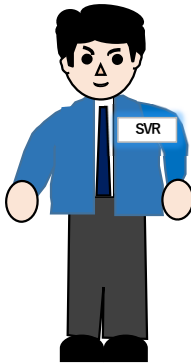


なるほど！シリーズ10: 共振現象と共振回避について 「これだけ知っていれば ほぼ 大丈夫」



構造体に何らかの外力が作用すると、その一部あるいは全体が多少なりとも振動します。振動が小さければ特に問題ありませんが、振動が大きい場合は構造体の一部が損傷し、最悪全壊に至る可能性があります。従って構造体が大きく振動している場合、その原因を調査の上、対策を行い振動を低減(小さく)することが必要になります。

振動を低減する対策・方法として、

①**強制外力の低減**

回転機械のアンバランスやミスアライメントによる軸振動の場合、バランス調整やアライメント調整を行うことにより強制外力を小さくし、振動を低減させることが出来ます。また油圧機器などの運転に伴う、流体の圧力脈動の影響による配管振動の場合は、配管系にアキュムレータ等を設置することにより配管の振動を低減させることが出来ます。

②**構造体の剛性増加**

構造物を構成する部材の剛性(強さ) 増大や部材の追加による全体剛性の増大により、振動を低減することが出来ます。

③**外力または構造体の振動数変更**

強制外力の振動数と構造体の固有振動数が一致(共振)して振動している場合には、どちらかの振動数を変更することにより共振現象が回避されるので振動を低減することが出来ます。

④**構造体の減衰比増大(特に共振の場合)**

構造部材に制振部材を採用したり、構造物に減衰機能のある制振構造体を付加することにより、振動エネルギーを付加減衰機能の働きにより消費させ、振動を低減することが出来ます。(油圧式ダンパー、TMDなど)

⑤**防振材料の活用**

また、機械や配管の振動が個体伝播し固定側の床や壁などが振動している場合は、ゴムなどの防振材を挿入することにより床や壁の振動を低減させることが出来ます(防振)。

などが考えられます。

本資料は振動に関する基礎用語について復習すると共に、主に振動低減対策方法について説明します。

1. 固有振動数と共振振動数について

なるほどシリーズ1や2で述べましたが、復習を兼ね、固有振動数や共振について図1、図2を参考に説明します。

図1では梁の剛性が異なる振動系($k_1 < k_2$)を打撃した後の自由振動波形を示しており、波形は梁の固有振動数と減衰比で決まります。力が作用していない状態での梁の振動数(固有振動数)は、次式で求めることができます。

$$\text{固有振動数 } f_0 = (1/2\pi) * \sqrt{k/m} \quad \text{式①} \quad \text{固有周期 } T_0 = 1/f_0 = 2\pi * \sqrt{m/k} \quad \text{式①'}$$

※ここで k :バネ定数 m :質量であり、減衰比については考慮していません。

図2では梁と質量の振動系を力一定の正弦波で加振し、振動数を変化させた場合の振幅の波形を示しています。加振振動数 f を変化させていくと振幅が徐々に大きくなり系の固有振動数 f_0 と一致すると振幅が最大値を示し、その後振幅は減少することがわかります。この振幅が最大値を示す振動数を共振振動数(共振点)と呼びます($f = f_0$ の時)。

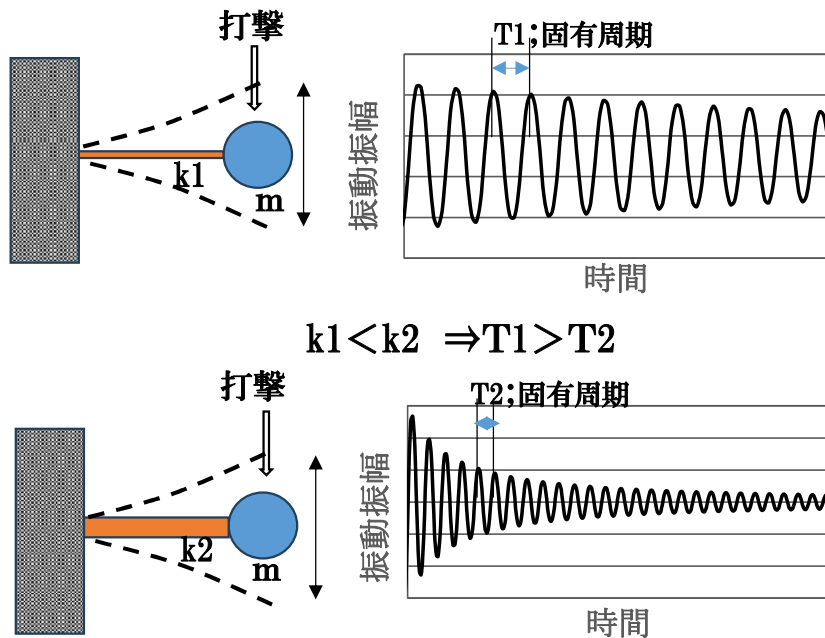


図1 梁の剛性(バネ要素)が異なる場合の振動波形

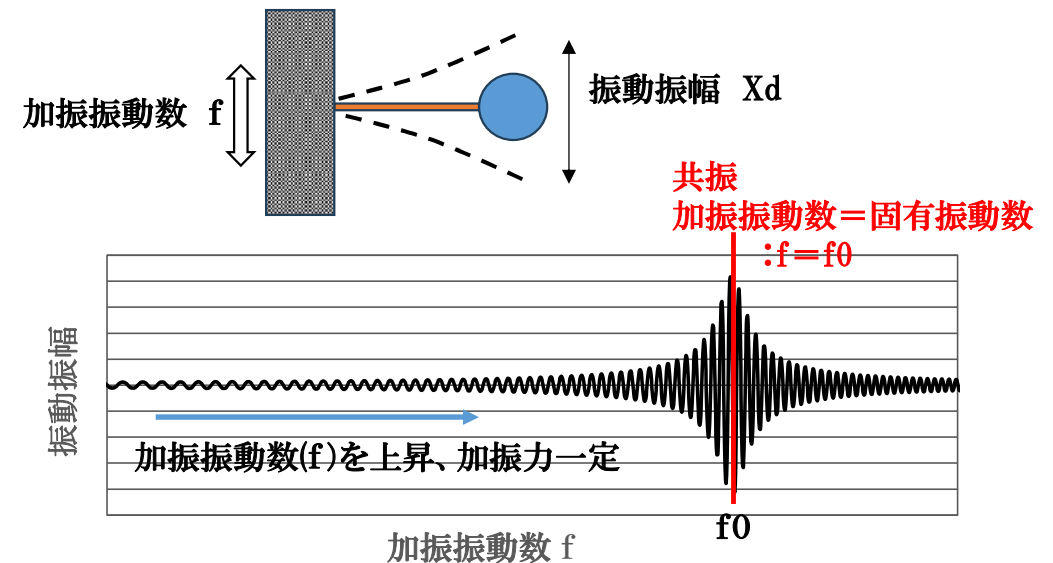


図2 加振振動数を変化させた場合の共振前後の振幅波形例
共振する($f = f_0$)と振幅は非常に大きくなる

2. 静的事象と動的事象について (なるほどシリーズ7で説明していますので参考にしてください)

図3-1、図3-2は質量-粘性抵抗-バネ系の質量に力が作用している場合に対する力と変位の関係を示しています。

図3-1は力が時間的に変化しない場合(静的事象)を、図3-2は、力の大きさが一定で力の振動数が変化する場合(動的事象: 振動事象ともいいますが、今後動的事象と呼ぶことにします)に対する質量の変位を模式的に表しました。

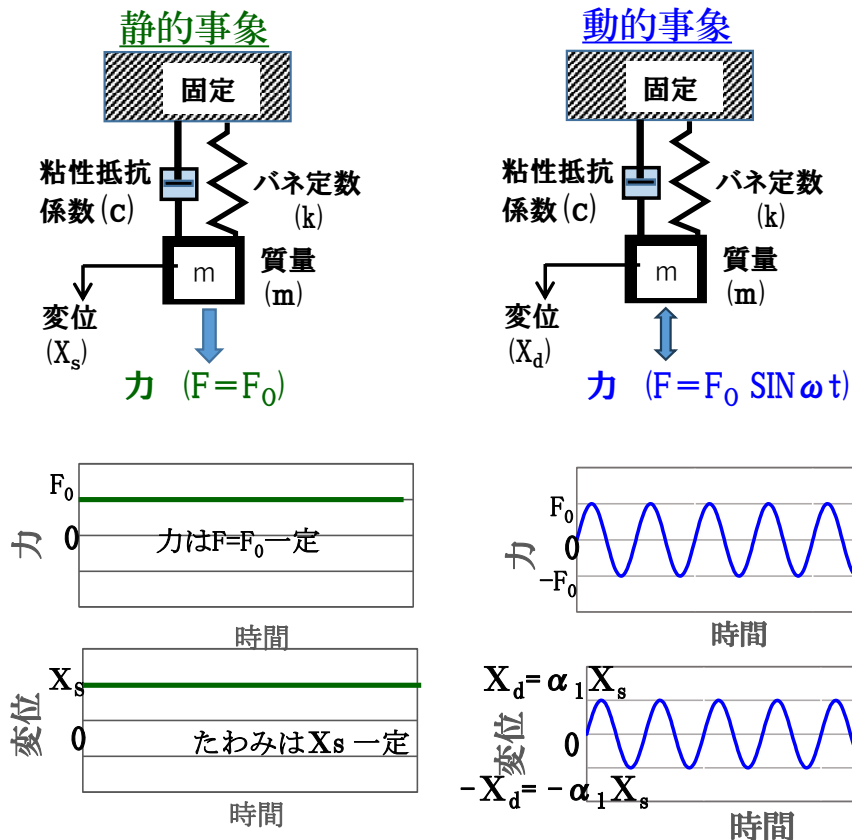
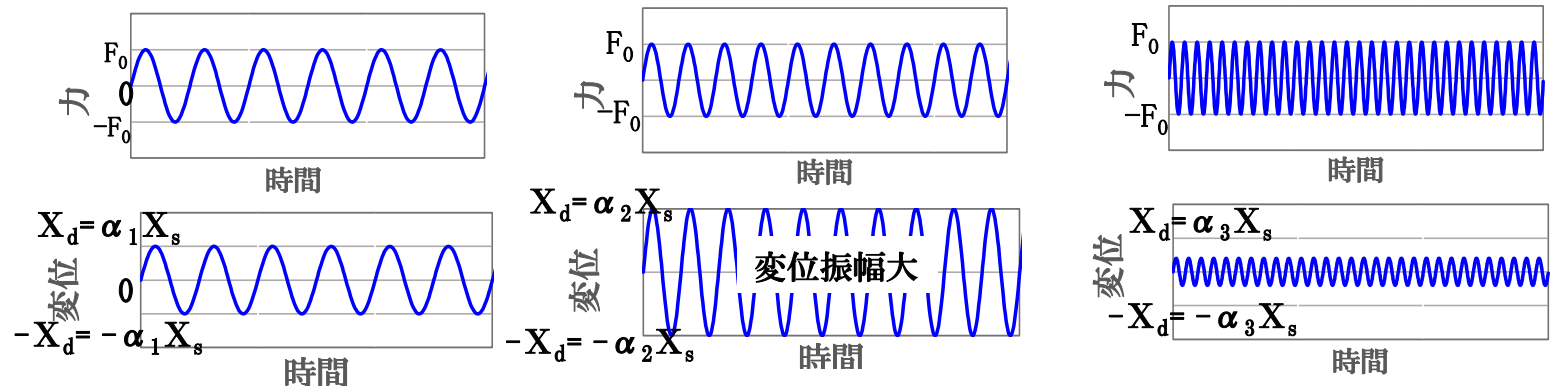


図3-1では力の大きさが時間的に変化せず、変位も時間的な変化をしない状態を示します(静的事象)。力 F_0 と変位 X_s は比例関係を示し、比例定数はバネ定数 k になります。この関係を式で表すと $F_0 = k X_s$ となります。この関係をフックの法則といいます。

一方、図3-2は力の大きさは一定ですが、力の振動数が変化する場合(動的事象)に対する質量の変位との関係を示しています。力の大きさが一定であっても、振動数の変化により変位振幅も変化するを示します。※図中の $\alpha_1 \sim \alpha_3$ は応答倍率と呼ばれる値であり、後述する式⑤で求めることができます。



$f/f_0 \ll 1$ の場合($X_d \doteq X_s$) $f/f_0 = 1$ の場合(共振): ($X_d > X_s$) $f/f_0 \gg 1$ の場合($X_d < X_s$)

図3-1 力と変位の関係(静的事象)

図3-2 力と変位の関係(動的事象)

動的事象では、前述したように力の大きさが一定でも振動数が変化すると振幅が変化します。
 図4は、質量-バネ-減衰からなる振動系に一定の大きさの力 $F=F_0\sin\omega t$ が作用し、時間とともに振動数が上昇した場合に対する力と振幅波形を示しています。ここで、 $\omega=2\pi f$ f : 力の振動数です。

振動振幅 X_d は力の振動数と同じ振動数となるため、振幅レベルは振動数の上昇とともに大きくなり、力の振動数がモデルの固有振動数と一致すると最大値を示します。この現象を共振現象と呼びこの時の振動数を共振振動数(共振点)といいます。
 共振点よりさらに力の振動数を上昇させると振幅レベルは減少します。(共振状態を通過)

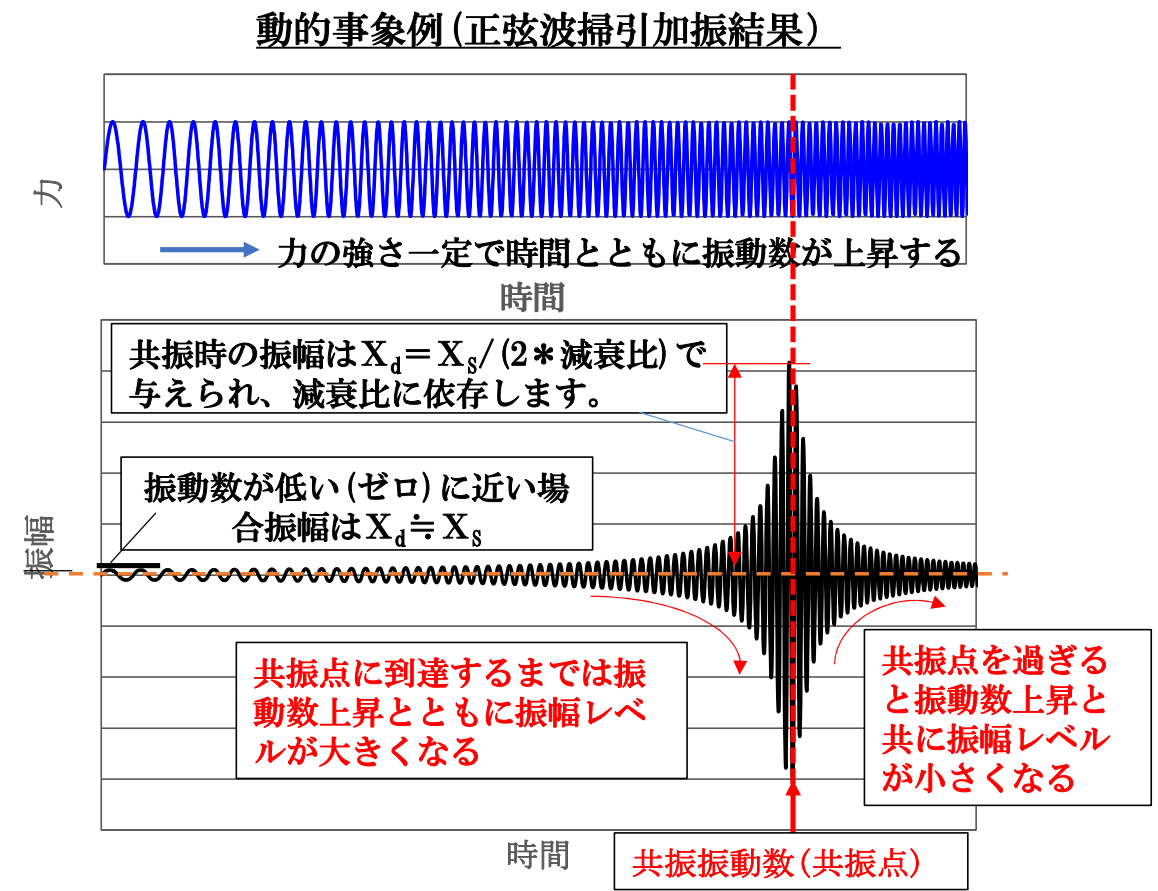
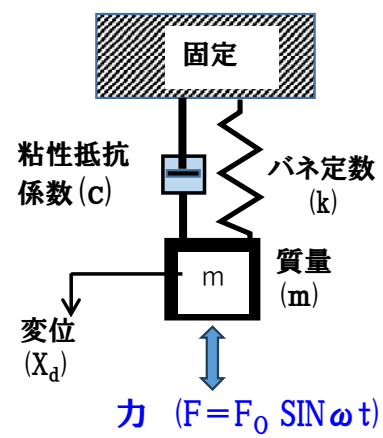


図4 動的事象における力と振動振幅波形

3. 共振時における振動振幅と応答倍率(理論解)について

図5に示す質量-減衰-バネからなる一自由度振動系に、正弦波状の動的な力が作用した場合の振動挙動(応答)について考えてみると、運動の方程式とその解である振動振幅は以下のようになります。

$$mX'' + cX' + kX = (F_0 \sin \omega t) \quad \text{式②}$$

両辺を m で割って整理すると下式③になります。

$$X'' + 2h\omega_0 X' + \omega_0^2 X = F/m \quad \text{式③}$$

$X = X_d \sin \omega t$ として解くと式④のようになります。

$$X_d = X_s * \frac{1}{\sqrt{\{1 - (f/f_0)^2\}^2 + \{2h(f/f_0)\}^2}} \quad \text{式④ (単位は長さ)}$$

ここで

X_d : 振動振幅

$X_s = F_0/k$: (静的な変位)

$f = \omega / (2\pi)$: 強制力の振動数(Hz)

$f_0 = \omega_0 / (2\pi)$: 固有振動数(Hz) = $1 / (2\pi) * \sqrt{(k/m)}$

$\omega_0 = \sqrt{(k/m)}$: 固有円振動数(rad/s)

$h = c / (2m\omega_0)$: 減衰比

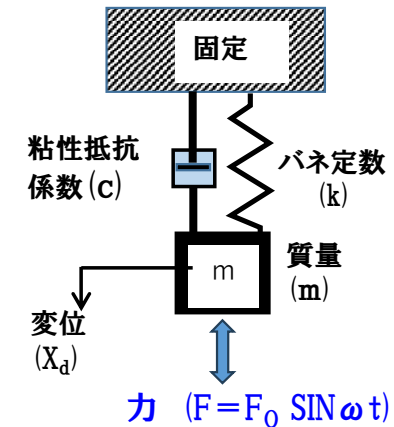


図5 質量～減衰～バネ一自由度振動系に正弦波状の動的な力が作用するモデル図

式④を書き換え、左辺を無次元振幅(振動振幅/静的変位: 応答倍率)で表すと式⑤のようになります。横軸に振動数比(f/f_0)、縦軸に応答倍率(X_d / X_s)をとって表示したのが次ページに示す図6になります。

$$\text{応答倍率 } (X_d / X_s) = \frac{1}{\sqrt{\{1 - (f/f_0)^2\}^2 + \{2h(f/f_0)\}^2}} \quad \text{式⑤ (無次元数)}$$

*応答倍率とは、強制力の大きさが同じ動荷重と静荷重が作用した場合に振動振幅が静的変位の何倍になるのかを示す指標です。
ちなみに共振倍率(Q)は式④において振動数比(f/f_0)=1の時に対する応答倍率を意味し、 $Q=1/(2h)$ で表され、共振時の振幅は減衰比に反比例します。

応答倍率と振動数比、減衰比の関係について図6に示します。

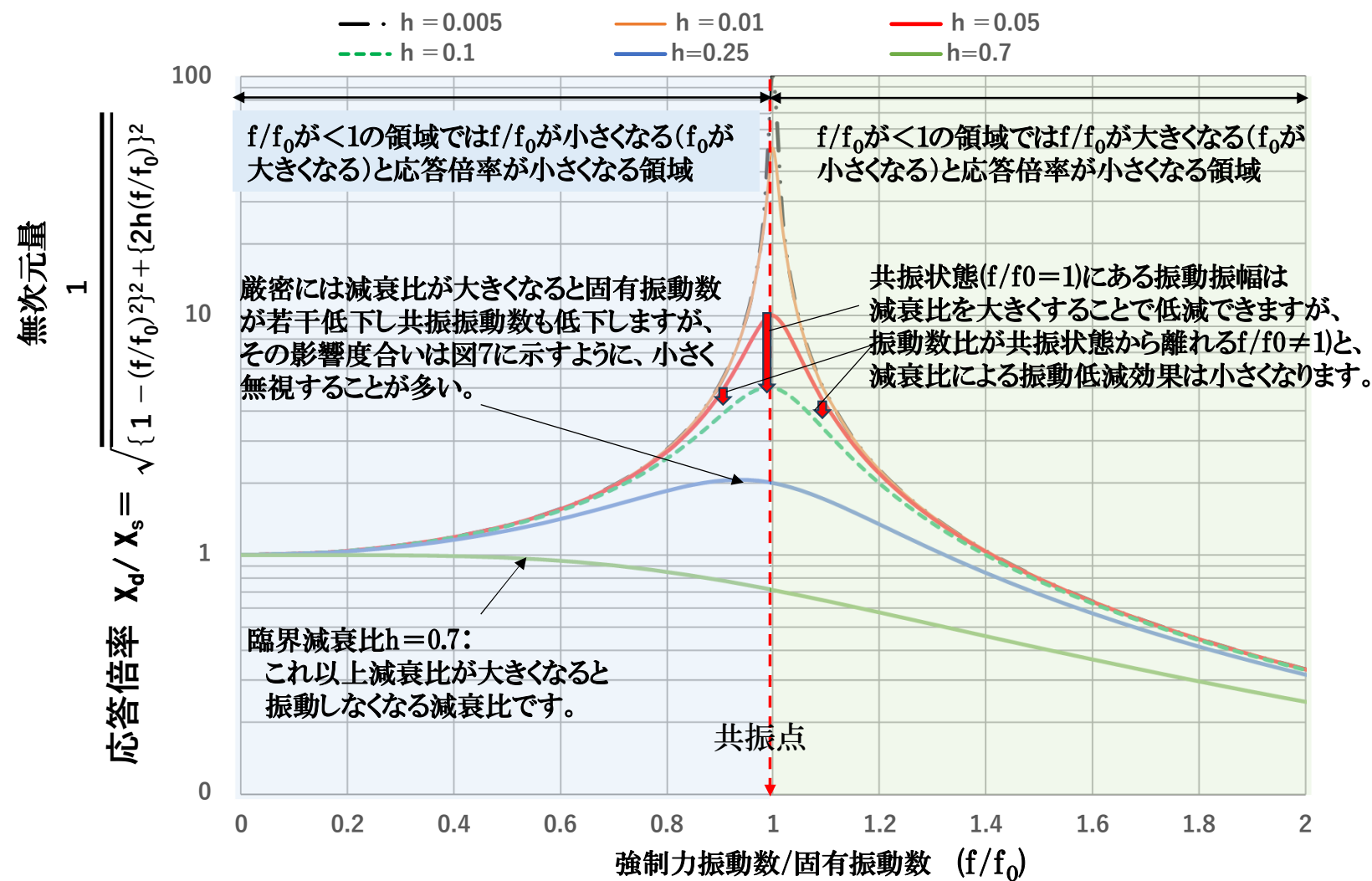


図6 応答倍率と振動数比、減衰比の関係図

前述したように共振状態における振動の振幅は減衰比に反比例します。
 構造物の減衰比は構造、材料、固定や結合の方法等によりばらつきますが、
 大まかには (5%～0.05%)程度になります。
 減衰比は1より非常に小さい値なので、共振状態での振幅は非常に大きくなることが
 考えられ、静的な変位量に比べて10倍～1000倍もの振幅になることがあります。
 ちなみに、代表的な構造体の減衰比については「なるほど！シリーズ8」に
 記載していますので参考にして下さい。

減衰比は厳密には固有振動数に影響を及ぼします。
 図7は横軸に減衰比をとり、縦軸には(減衰有の固有振動数/減衰無の固有振動数)
 をとったものを示しています。
 減衰比が大きくなると、減衰有に対する固有振動数はわずかに低下しますが、
 実用上は減衰比が $h=0.1$ (10%以下)の値となり、固有振動数は0.5%以下程度しか
 低下しないため、減衰比による固有振動数の変化は無視する場合があります。

参考：固有振動数と減衰比の関係

$$f_d = \sqrt{1 - h^2} \times f_0 \quad \text{式⑤}$$

f_d : 減衰の有る系の固有振動数
 f_0 : 減衰の無い系の固有振動数

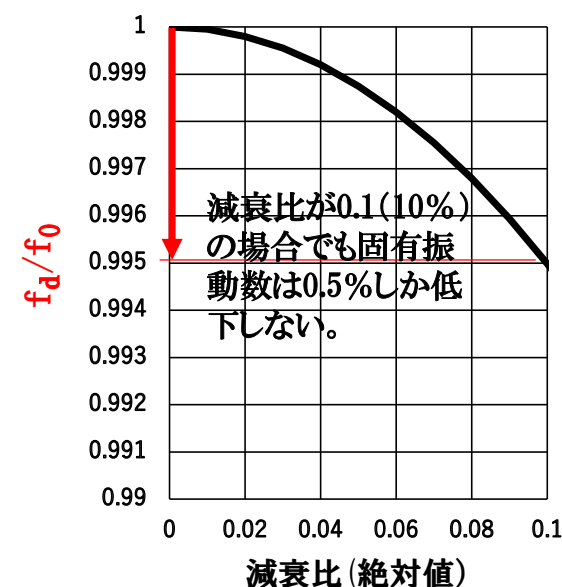


図7 減衰比が固有振動数に及ぼす影響図

4. 振動低減対策検討の手順について

図8は振動低減対策を検討する際の手順例について示しています。

項目1)～4)に関する具体的な内容については、なるほどシリーズ1～4を参考にして下さい。

なお、振動低減対策に関する固有振動数(バネ定数、質量)の変更、および減衰比の変更に対する応答振幅曲線例は次ページ以降に示します。

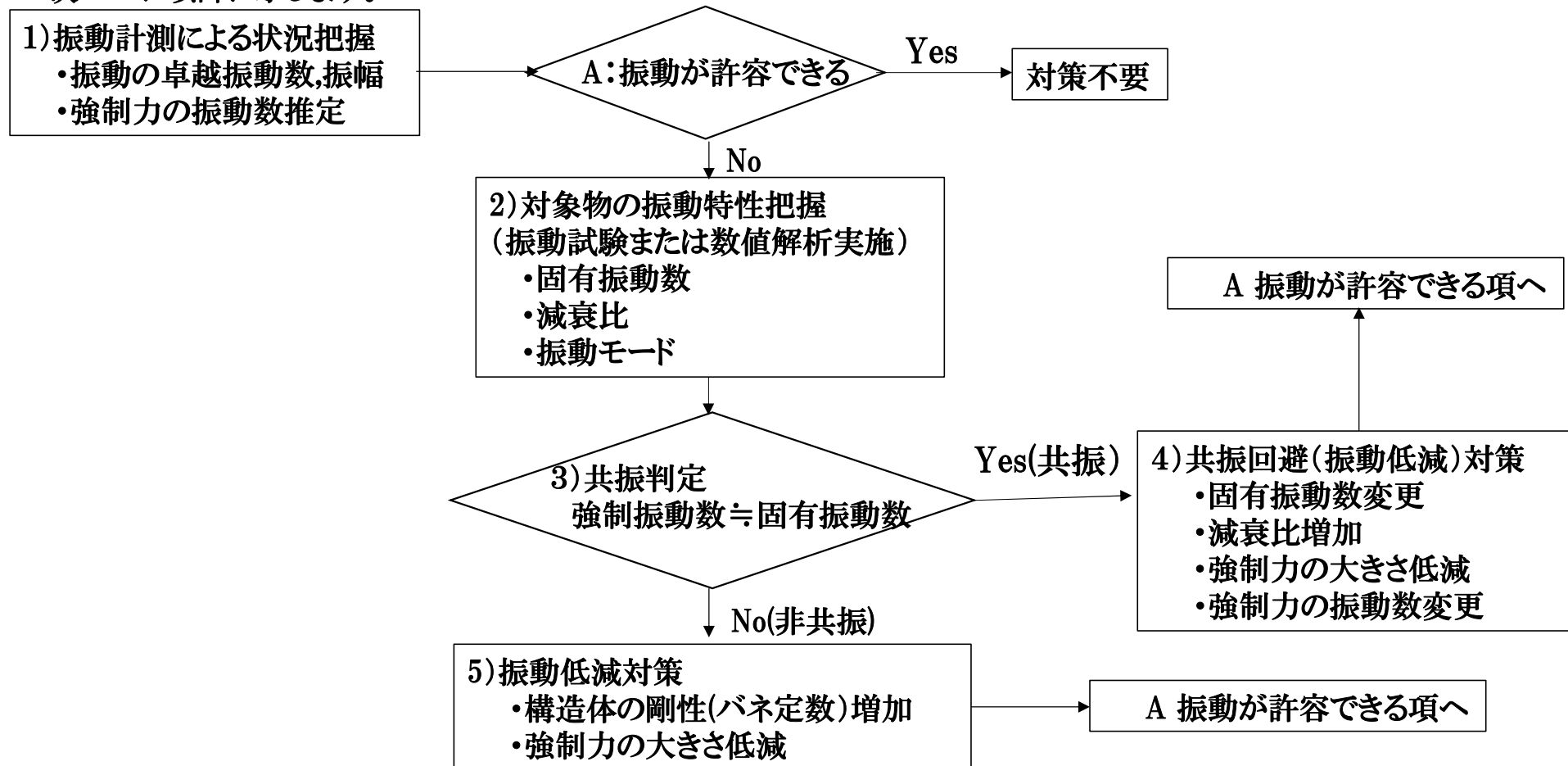


図8 振動低減対策の手順例の図

5. 振動振幅あるいは応答倍率に及ぼすバネ定数、質量、減衰比の影響について

バネ定数、質量、減衰比が振動に及ぼす影響具合を図9～図11に示します。
(現状:加振振動数:5Hz、固有振動数5Hzで共振状態を考えます。)

(1)バネ定数が振動振幅に及ぼす影響

- バネ定数を小さくすると固有振動数が低下します。そのため、強制力振動数5Hzに対する振幅は低減できます。
図9-1ではバネ定数を1/4倍(固有振動数1/2倍_2.5Hz)とした場合を示しています。
この場合は強制力振動数が5Hzに到達するまでに、共振点2.5Hzを通過する際に振幅が一時的に大きくなります。
- バネ定数を大きくすると固有振動数が上昇するため、強制力振動数5Hzに対し共振が回避でき、振幅が低減できます。
図9-1ではバネ定数を4倍(固有振動数2倍_10Hz)とした場合を示しています。

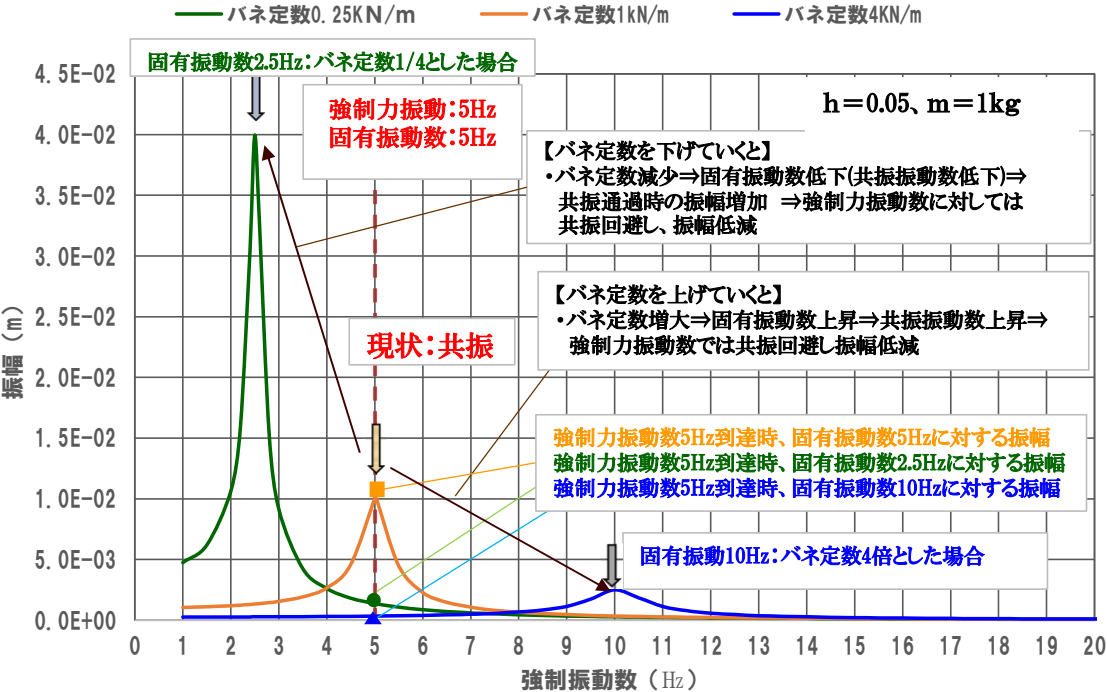


図9-1 振動振幅に及ぼすバネ定数の影響図
(強制振動数と振幅の関係)

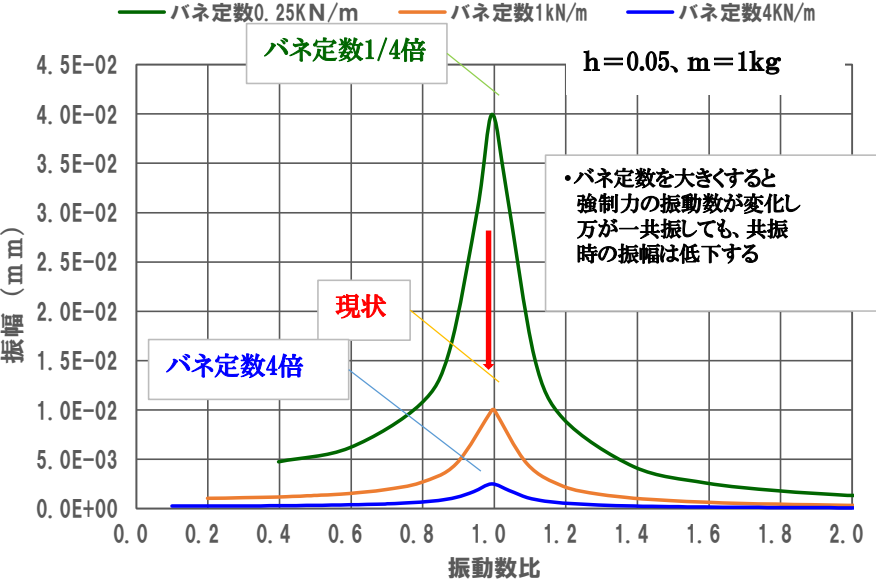


図9-2 振動振幅に及ぼすバネ定数の影響図
(振動数比と振幅の関係)

(2) バネ定数が応答倍率に及ぼす影響

図9-1、9-2は縦軸が振動振幅(有次元量:式④)ですが、縦軸が無次元量である応答倍率(式⑤)で表した場合の図を図9-3,9-4に示します。

- 縦軸を応答倍率で見た場合、強制力振動数5Hzに対するバネ定数変化時の応答倍率は低下します。一方、加振振動数が変化し、共振した場合を考えると、応答倍率は一見するとバネによる影響はなさそうに感じられます。これは応答倍率は無次元量であるためです。

(図9-1,9-2の縦軸が有次元量である振幅の場合は、式④から判るように、右辺に静的変位 $X_s=F_0/k$ が含まれているため、加振振動数が変化して共振した場合の振幅値はバネ定数の値により異なる値になります。)

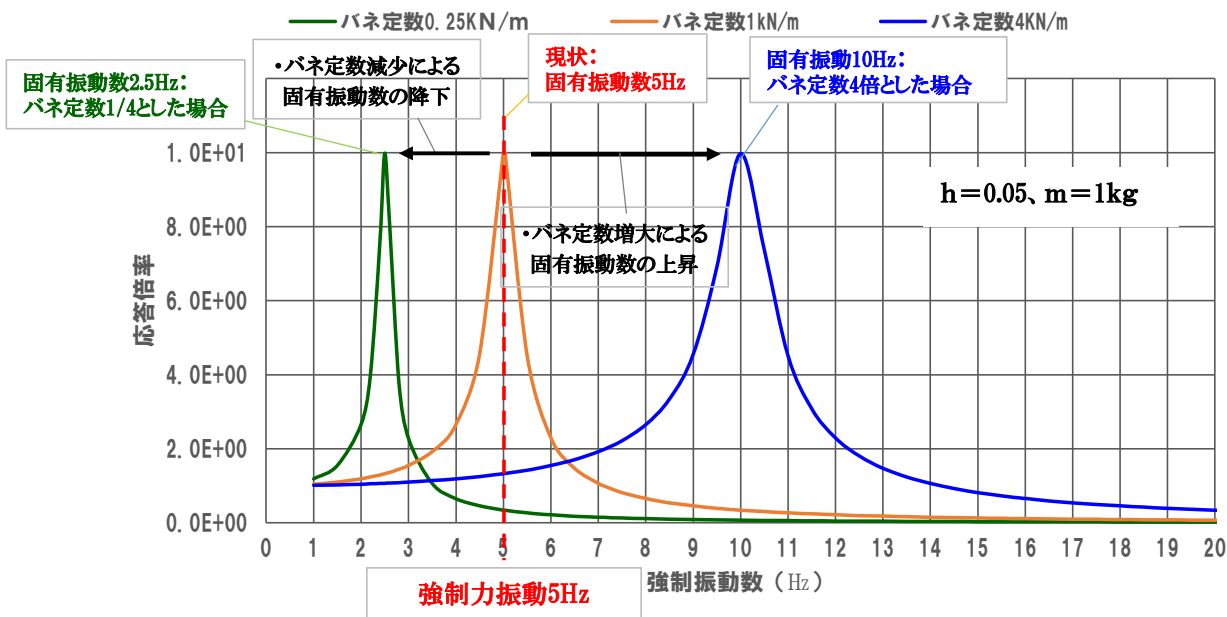


図9-3 応答倍率に及ぼすバネ定数の影響図
(強制振動数と応答倍率の関係)

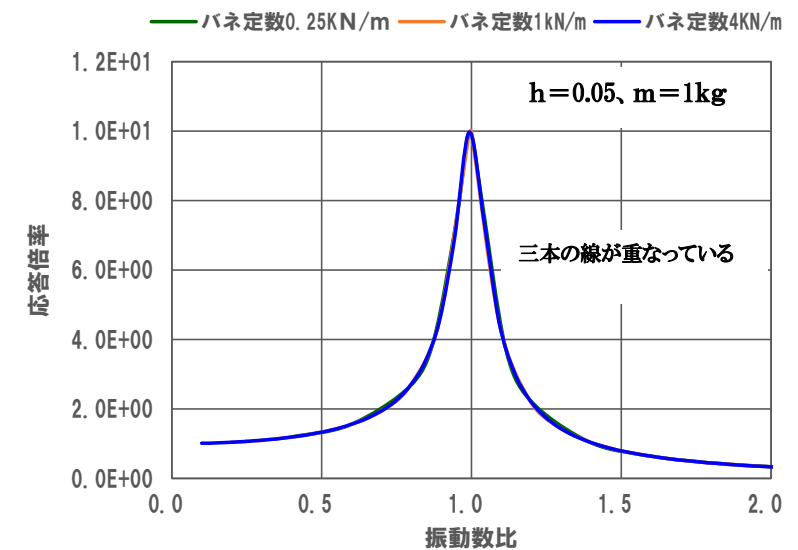


図9-4 応答倍率に及ぼすバネ定数の影響図
(振動数比と応答倍率の関係)

(3)質量が振動振幅に及ぼす影響

- 質量を大きくすると固有振動が低下し、強制力振動数(5Hz)よりも低い振動数で共振が生じ(共振点通過)その際、共振時の振幅は大きくなりますが、元の強制力振動数(5Hz)に対しては振動は低減します。
- 質量を小さくすると固有振動数は上昇し、強制力振動数(5Hz)に対しては振動は低下します。ただし、強制力振動数が5Hz以上に上昇し固有振動と一致すると共振します。

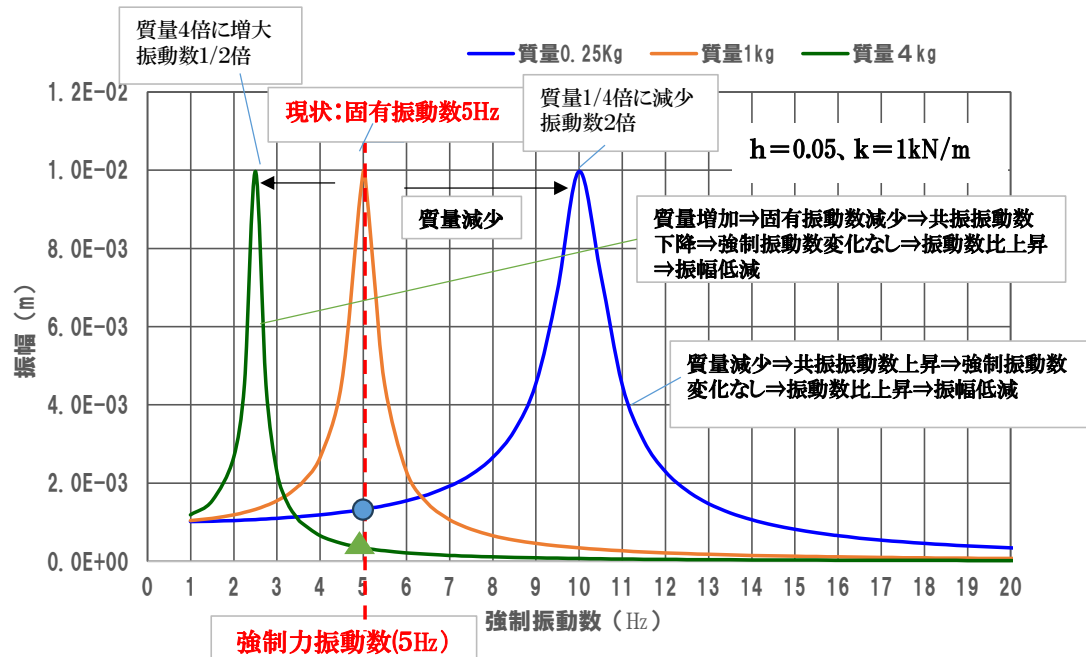


図10-1 振動振幅に及ぼす質量の影響図
(強制振動数と振幅の関係)

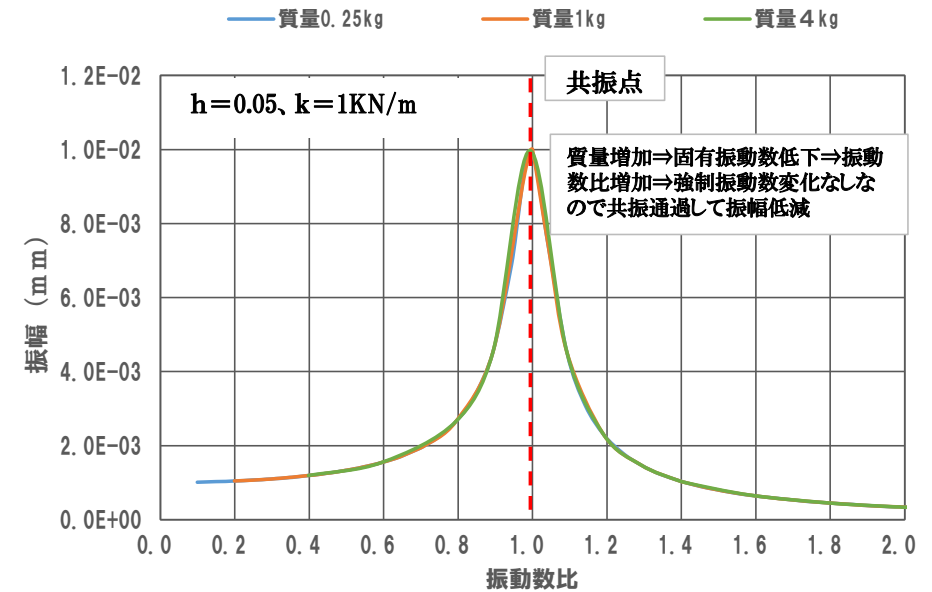


図10-2 振動振幅に及ぼす質量の影響図
(振動数比と振幅の関係)

(4)減衰比が振動振幅に及ぼす影響

- 減衰比を増減しても固有振動数はほとんど変化しないため、共振振動数は変化しませんが、減衰比を大きくすると振幅は低下します。特に共振点における共振振幅は減衰比に反比例し、大幅に変化します。

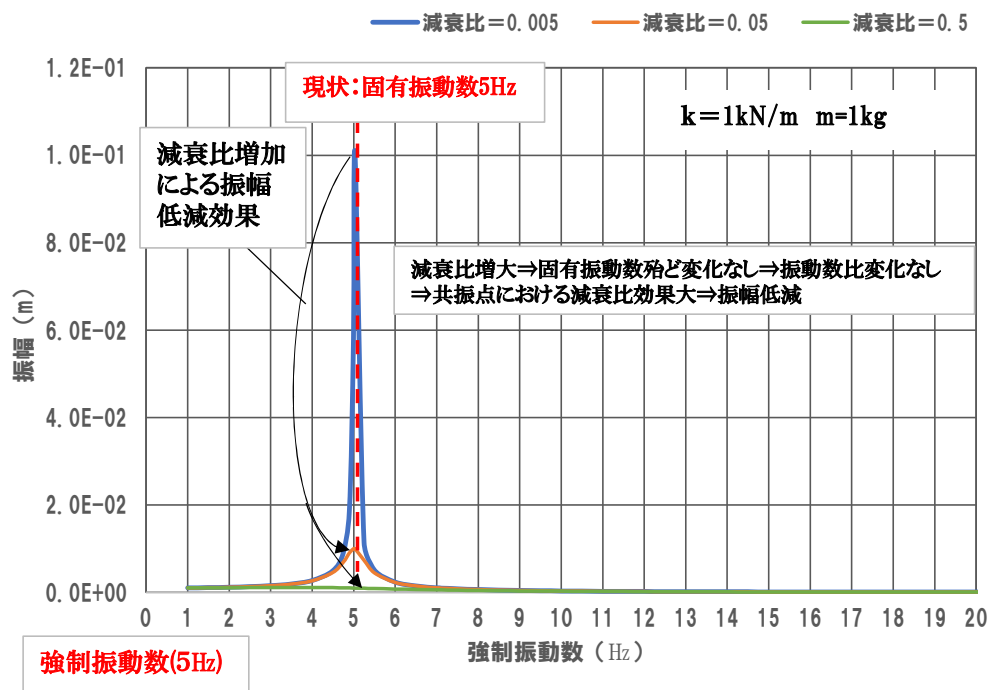


図11－1 振動振幅に及ぼす減衰比の影響図
(強制振動数と振幅の関係)

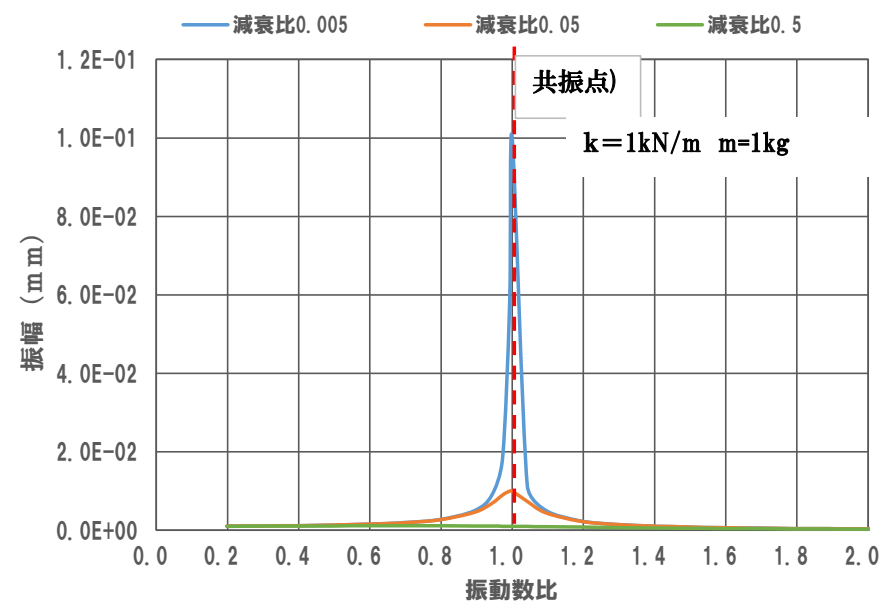


図11－2 振動振幅に及ぼす減衰比の影響図
(振動数比と振幅の関係)

6.振動低減対策法のまとめ

表1に振動低減対策方法の比較一覧表を示します。

表1 振動低減対策方法の比較一覧表

振動低減法			低減内容と特徴	備考(課題など)
項目	具体的内容			
(1)強制力変更	①強制力	低減	強制力を小さくすれば、振幅は低下します。	装置としての機能性検討
	②振動数	変更	強制力の振動数と固有振動数を一致させない(共振させない)ようにすれば振幅は共振時の振幅より小さくなります。	強制力の振動数の変更の可能性検討
(2)固有振動数変更	①バネ定数	増大	強制力の振動数より固有振動数を高くし、共振させないため、バネ定数を増大すると振幅は小さくなります。	一般的な振動低減方法
		減少	強制力の振動数より固有振動数を低くし、共振させないため、バネ定数を減少した場合、強制力の振動数が共振点を通過する際、振幅は大きくなることがあるので注意が必要です。	共振点通過に対する検討
	②質量	増大	強制力の振動数より固有振動数を低くし、共振させないため、質量を増大すると、強制力の振動数が共振点を通過する際、振幅は大きくなることがあるので注意が必要です。	共振点通過に対する検討
		減少	強制力の振動数より固有振動数を高くし、共振させないため、質量を減少すれば、振幅は小さくなります。質量を小さくすると対象物の機能が損なわれないことの確認が必要です。	質量低減の可能性検討
	(3)減衰比変更	①構造材料	変更	一般的な構造部材の代わりに制振部材を採用し減衰比を大きくすれば、共振時の振幅は低下します。
②制振機構		追加	制振機構を追加し、減衰比を大きくすれば共振時の振幅は低下します。 TMDの場合は元の固有振動数近傍に2個の固有振動数が現れることに注意が必要です。	

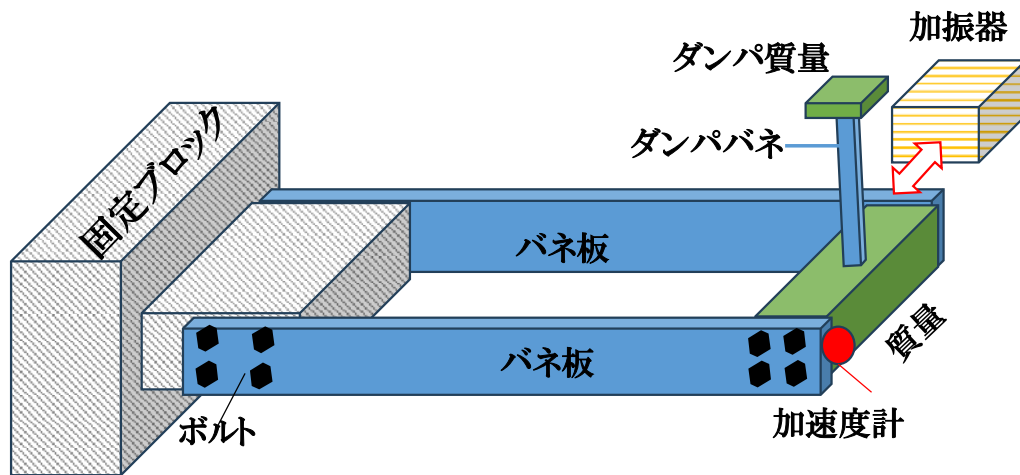
14

おまけ：制振による振動低減法に対する要素試験による効果確認結果例について

振動低減対策の一つとして考えられる①動吸振器、②制振ゴム、③衝突ダンパ、④摩擦ダンパに対する要素試験結果の一例を以下に示します。

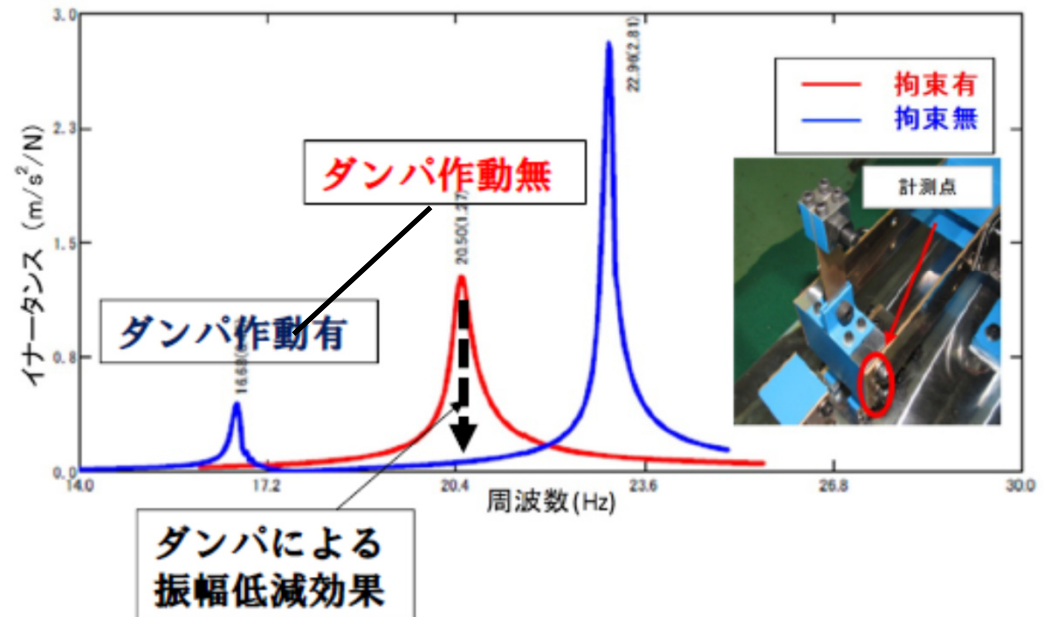
①動吸振器(TMD)による振動低減モデル試験結果例

原理：元の構造体の振動エネルギーを追加したダンパ質量－バネ系 の振動エネルギーに変換し、本体の振動を低減する。



動吸振器(TMD)ダンパモデル構成図

試験結果

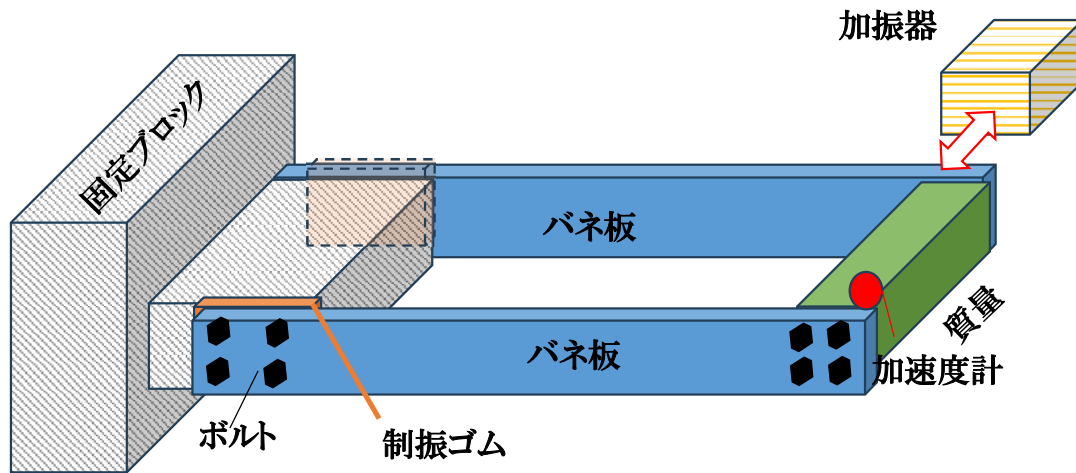


TMDモデルに対する試験結果

- TMDダンパを作動させると特定の卓越振動数成分の振幅を低減させることが可能である(上図で赤線の振動数成分)。
- 振動を発生させている強制力振動数が変化する場合十分な振動低減効果は期待できず、振動数によっては振幅が増加する場合があるので、注意が必要である。(上図で青線の振動数成分)
- また、元は一自由度系なので一つの固有振動数であったものが、追加した系の影響で二自由度になり、二つの固有振動数が現れる。

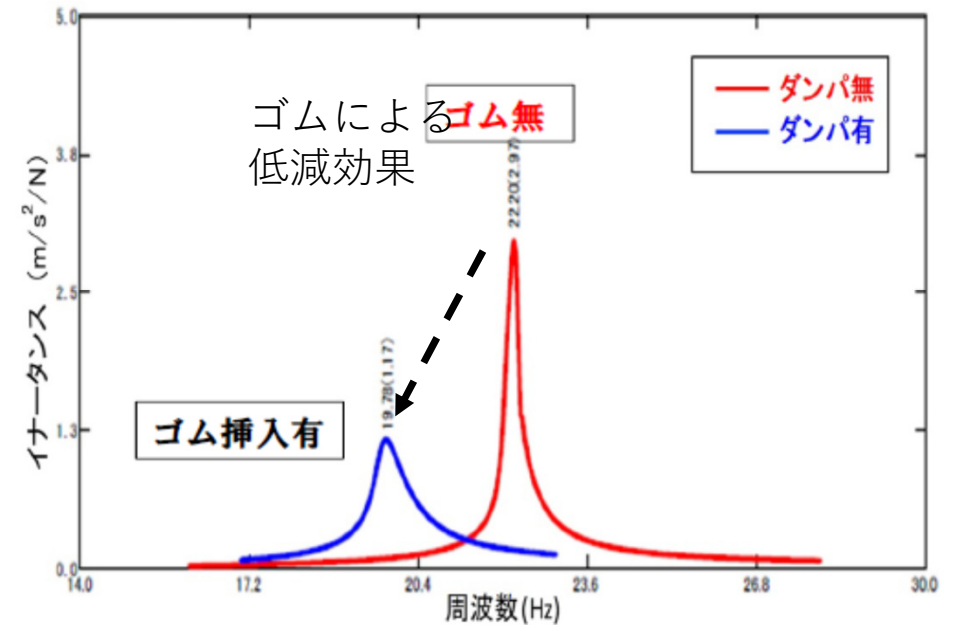
②制振ゴム挿入による振動低減モデル結果例

原理：元の構造体の振動エネルギーが制振ゴムの熱エネルギーに変換され消費され、振動が低減する。



制振ゴムダンパモデル構成図

試験結果

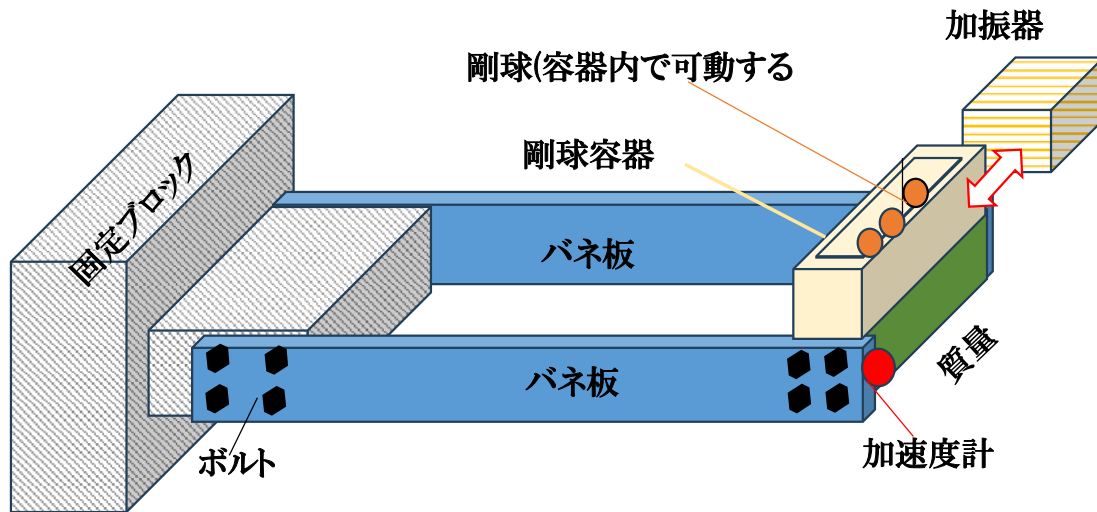


制振ゴムモデルに対する加振試験結果

- ・制振ゴムを挿入することにより減衰比の増加に伴う振動低減効果は期待できる(上図青線)。
 - ・ゴムの挿入により結合部での剛性低下するのにより固有振動数も変化する。
- 振動エネルギーが制振ゴムの熱エネルギーに変換され消費され、振動が低減する。

③剛球衝突ダンパによる振動低減モデル試験結果例

原理:元の構造体の振動エネルギーが剛球の衝突エネルギーに変換され振動が低減できる。



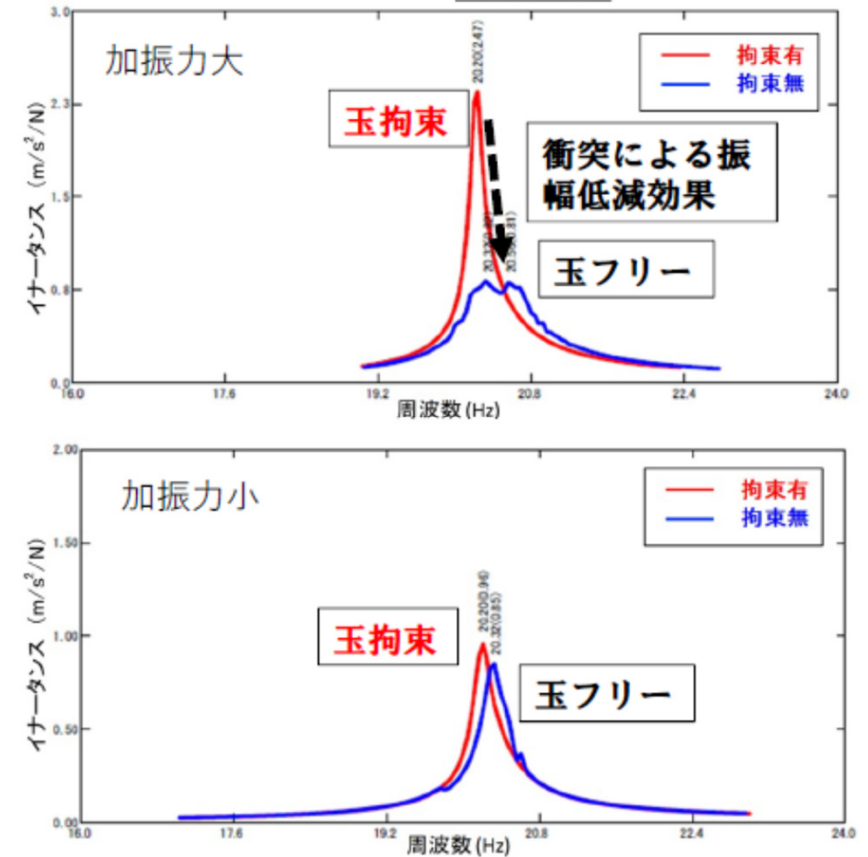
剛球衝突ダンパモデル構成図

剛球衝突ダンパに対する加振試験結果

・剛球の衝突に伴う振動低減効果は期待できる(上図青線)。低減効果は剛球の衝突状況(剛球間や剛球と容器壁の可動範囲や振動の大きさに依存する)

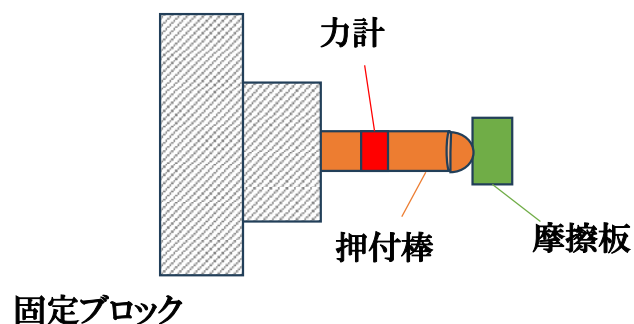
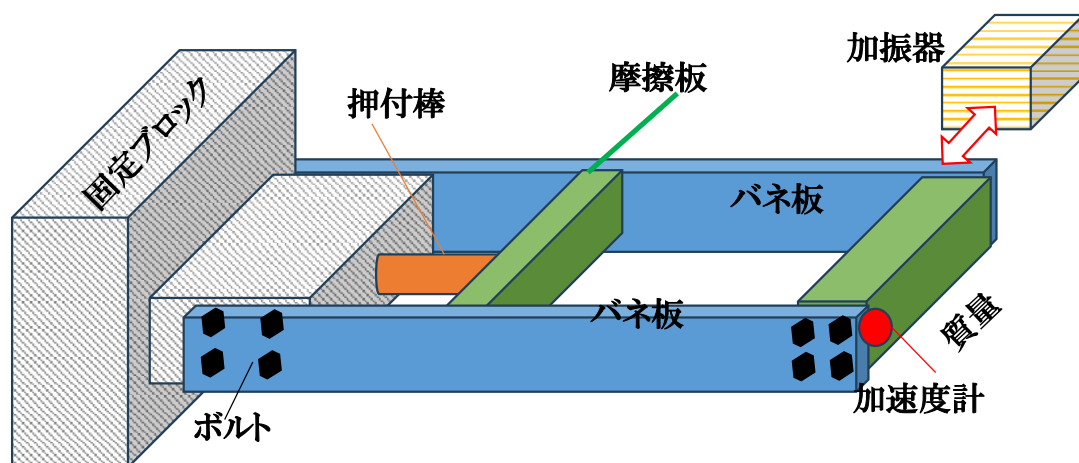
剛球の代わりに液体のスロッシングによる振動低減方法もある。

試験結果

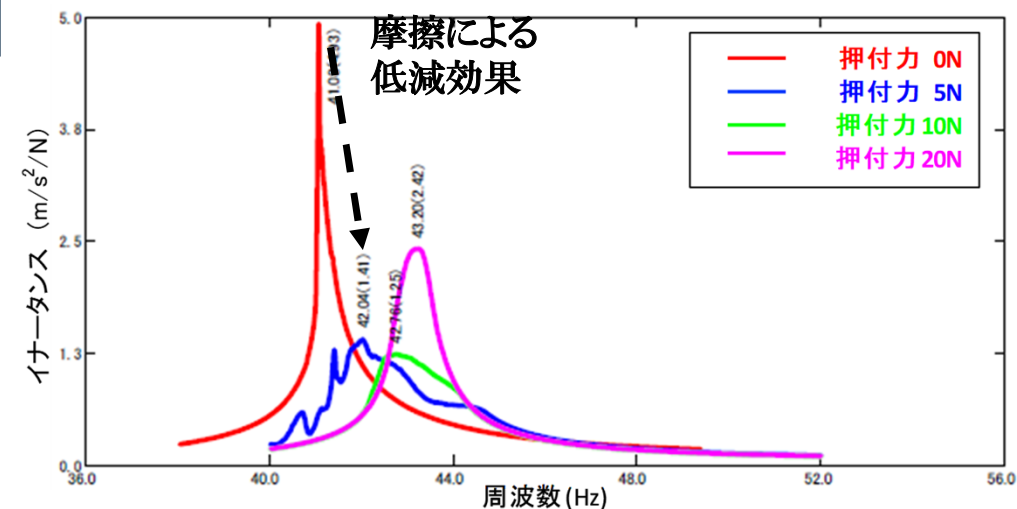


④摩擦ダンパによる振動低減モデル試験結果例

原理：元の構造体の振動エネルギーが接触面における摩擦による熱エネルギーに変換され、振動が低減する。



摩擦ダンパ構成断面図



摩擦ダンパに対する加振試験結果

- ・摩擦ダンパに伴う振動低減効果は期待できる(上図、青、緑、紫線)。
- ・振動低減効果は摩擦面の接触力(押付力)に依存する。
- ・卓越振動数は押付力に依存する。

振動エネルギーが接触面で熱エネルギーに変換され、振動が低減する。